Manegevolezza di una racchetta da tennistavolo

La manegevolezza di una racchetta da tennistavolo è una delle caratteristiche che determinano come ci troviamo con quella racchetta e il tipo di gioco che tenderemo a fare, è una caratteristica importante e dipende da diverse proprietà.
Il modo in cui queste proprietà influenzano il nostro gioco è un argomento che merita di essere trattato.
L'obiettivo di questo manoscritto è quindi descrivere secondo i principi della fisica quali sono queste proprietà e cercare di spiegare in che modo influenzano il modo di giocare, vantaggi e svantaggi.

Si divide in tre parti.

1) La prima parte descrive e spiega il video su Youtube

"The physics of table tennis racket handling (turn on subtitles)" al seguente link

https://youtu.be/FrBHTPv_j00

2) La seconda cerca di descrivere come le caratteristiche elencate nel video influenzano il gioco, in particolare quali movimenti o colpi risentono maggiormente di queste caratteristiche.
3) La terza spiega il procedimento che porta alla formula per trovare i momenti di inerzia delle racchette con le prove eseguite.

Prima parte
Descrizione del video "The physics of table tennis racket handling (turn on subtitles)"

Il video ha l'obiettivo di trovare un modo per misurare ciascuna delle componenti che determinano la manegevolezza di una racchetta, in particolare uno strumento e un metodo per misurare il momento di inerzia che è una caratteristica importante per le valutazioni che seguiranno.

Nel video sono messe a confronto due racchette stesso peso, quella a destra (manico blu) ha un piatto leggermente più grande.

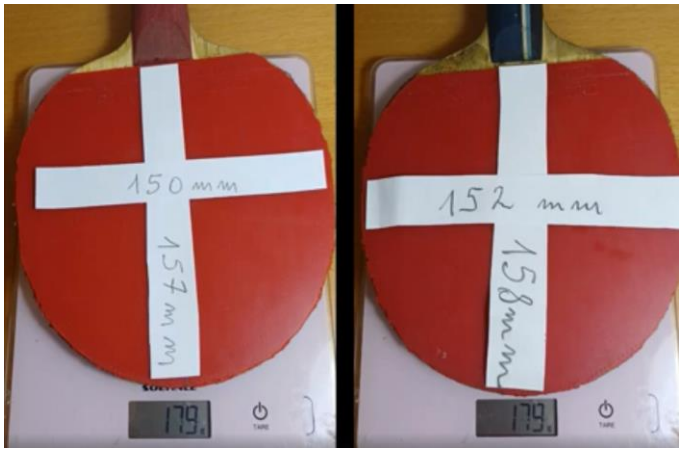


Figura 1: due racchette a confronto

Nella scena seguente è mostrato un procedimento per trovare il centro di massa (la definizione di centro di massa è in qualsiasi testo di fisica o in rete):
La racchetta viene posizionata sul bordo di una tavola, è in bilico, non cade (se fosse spostata di poco a sinistra cadrebbe), la punta della racchetta non tocca la tavola, è leggermente sollevata.

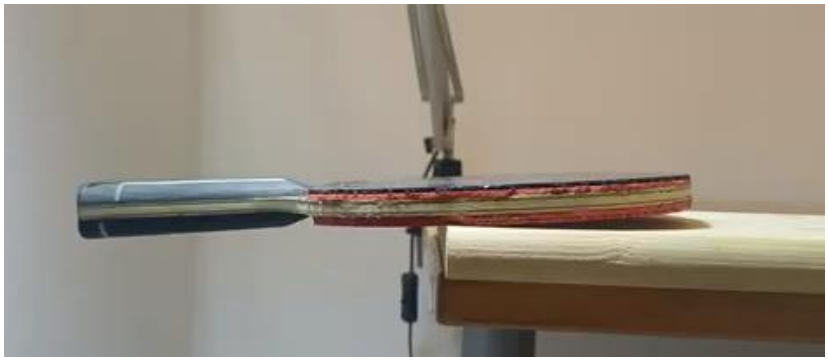


Figura 2 la racchetta è in bilico sul bordo della tavola

L'intersezione del segmento tracciato sulla gomma (in corrispondenza del bordo della tavola) con l'asse di simmetria della racchetta è la coordinata del centro di massa.

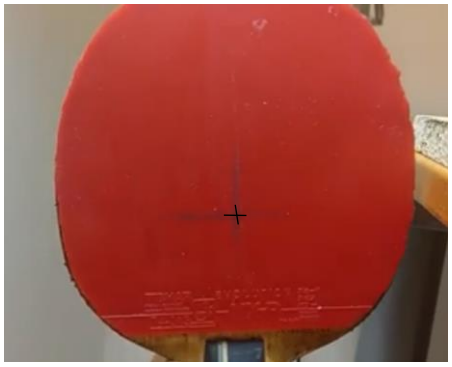


Figura 3 trovo il centro di massa

L'altezza del centro di massa dipende dal telaio e dal peso delle gomme.

A seguire viene mostrato un procedimento per trovare il momento di inerzia rispetto agli assi centrali di rotazione.
A questo punto per spiegare il seguito di questo manoscritto dobbiamo descrivere il momento di inerzia, che è una proprietà meno intuitiva e più difficile da misurare.
Possiamo fare un confronto:
Se la massa di un oggetto è la forza che dobbiamo applicare per modificare la velocità del suo centro di massa in un intervallo di tempo (m=f/a), il momento di inerzia "I" è il momento "M" che dobbiamo applicare a un oggetto per imprimere l'accelerazione angolare "α" rispetto a un asse di rotazione (I = M/α), se consideriamo un oggetto fermo, maggiore è il suo momento di inerzia rispetto a un asse di rotazione, maggiore, a parità di forze applicate, sarà il tempo necessario per ruotarlo di un certo angolo intorno a quell'asse.
Una racchetta ha tre assi centrali di inerzia (passanti per il centro di massa) e un momento di inerzia per ciascun asse, come da figura 4.
Con una opportuna combinazione dei momenti di inerzia rispetto a questi tre assi è possibile determinare il momento di inerzia rispetto a un qualsiasi asse di rotazione passante per il centro di massa e inclinato rispetto agli assi centrali.

Il momento di inerzia rispetto a un asse di rotazione dipende dalle dimensioni, dalla forma e dalla massa.

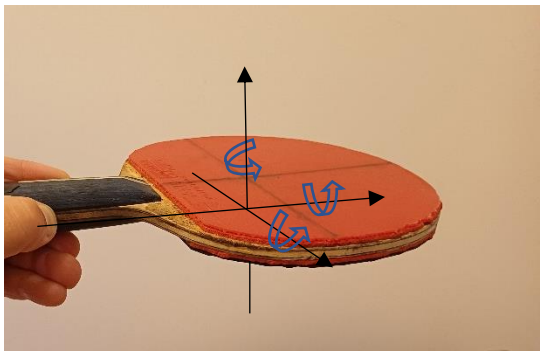


Figura 4 i 3 assi di inerzia centrali

Con riferimento alle figure 5,6,7.
Consideriamo un cubetto generico della racchetta (rappresentato in 2 dimensioni) di massa m a una distanza r dall' asse di rotazione

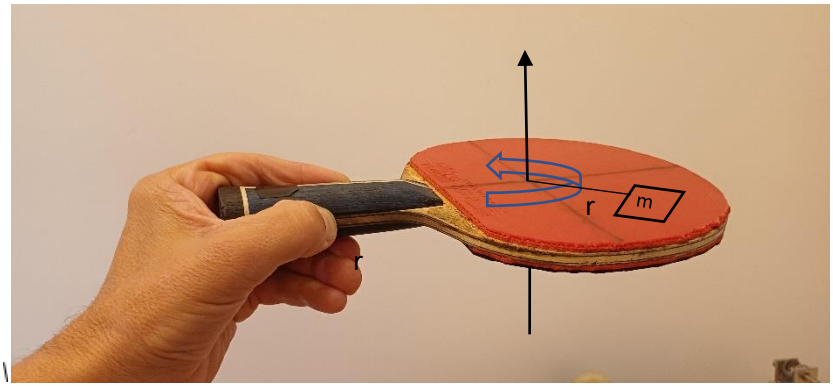


Figura 5 contributo di un cubetto di massa m al momento di inerzia rispetto a un asse perpendicolare al piatto

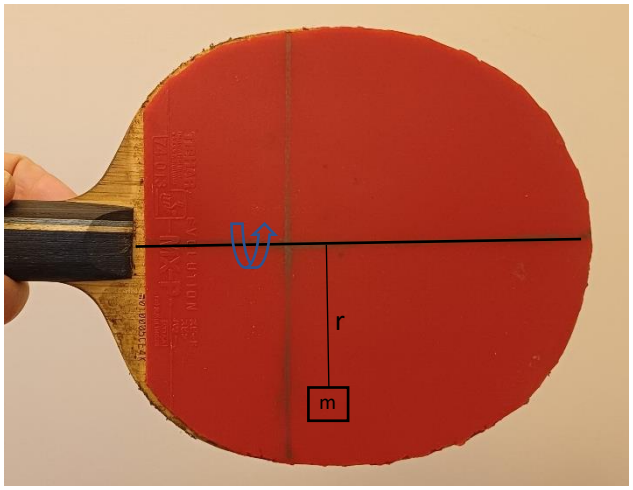


Figura 6 contributo al momento di inerzia rispetto all'asse di simmetria

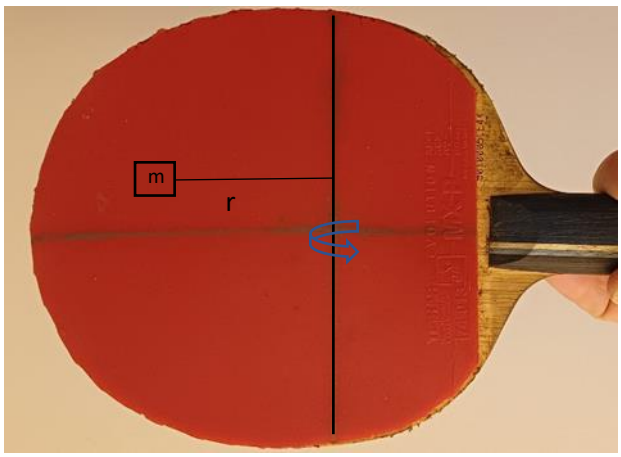


Figura 7 contributo al momento di inerzia rispetto all'asse trovato nel video

Il momento di inerzia "I" rispetto a un asse è dato dalla seguente definizione

$$I = \sum_{i=1}^{n} mi * ri^{2}$$

Dove *mi* è la massa del cubetto iesimo (uno qualsiasi) della racchetta, Σ è la sommatoria di tutti i cubetti, *ri* è la distanza di quel cubetto (iesimo) dall'asse di rotazione:

Quindi il contributo al momento di inerzia dato dal singolo cubetto della racchetta dipende dalla sua massa per il quadrato della distanza r dall'asse di rotazione, in altre parole la distanza conta più della massa, la parte all'estremità, più lontana rispetto a un asse di rotazione darà un contributo al momento di inerzia molto maggiore di una più vicina.

Esistono diversi modi per trovare il momento di inerzia di un corpo rigido, nella parte che segue del video è illustrato il modo più pratico che ho trovato senza dovere usare uno strumento professionale.

Al secondo 16 del video un peso (un pedone) è collegato per mezzo di un filo a un sistema di 2 carrucole fissate a delle tavole, su una delle due carrucole è incollato un morsetto.

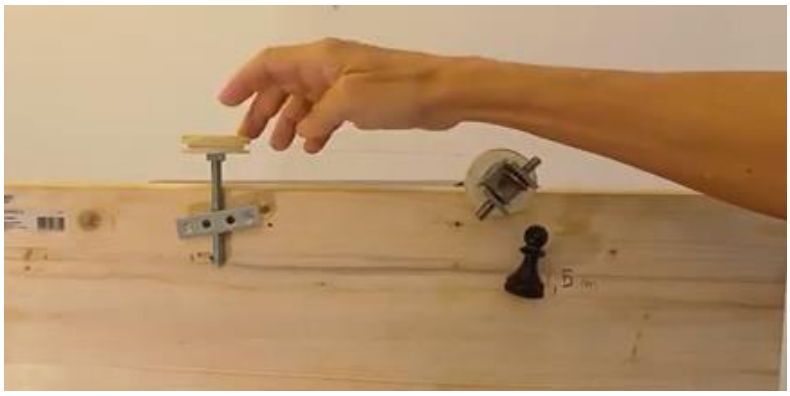


Figura 6 un peso collegato con un filo a due carrucole



Figura 7 stesso sistema in una diversa disposizione

Il sistema di carrucole può essere disposto in due modi diversi (due diversi orientamenti).

Il video è stato registrato a una frequenza di 30 fps (30 fotogrammi per secondo), il tempo tra due fotogrammi adiacenti è 1/30 di secondo, quindi la risoluzione per la misura del tempo di caduta del pedone è 1/30 di secondo.

Al secondo 26 (figura 8) abbiamo un confronto: due pedoni sono lasciati cadere da un'altezza di 1,5 m, quello a sinistra è libero, il tempo di caduta è 0,55 secondi ($\sqrt{2 * 1{,}5/g}$), l'altro è collegato con un filo al sistema di carrucole, il tempo di caduta è circa 1,2 secondi.



Figura 8

Nella scena seguente sono a confronto i tempi di caduta del pedone (sempre vincolato alle carrucole) nelle due diverse disposizioni del sistema delle carrucole, il tempo di caduta è simile.

Trascurando l'attrito dei cuscinetti delle carrucole (che sono stati ben lubrificati) e l'attrito dell'aria è possibile calcolare il momento di inerzia del sistema di carrucole e (a seguire) quelli delle racchette dalla misura del tempo di caduta del peso con la seguente formula.

$$Ip = \left(\frac{g * t^2}{2h} - 1\right) * m * r^2$$



Figura 9

La dimostrazione di questa formula è spiegata nella terza parte.

Nel sistema di misura MKS
Ip è La somma dei momenti di inerzia delle due pulegge in kg*m^2
g è l'accelerazione di gravità = 9,8 m/s^2
t è il tempo di caduta, in questo caso 1,2 s
h è l'altezza di caduta, sarà sempre 1,5 m
m è la massa del pedone, 21 grammi ovvero 0,021 kg
r è il raggio delle pulegge (le due pulegge hanno le stesse dimensioni) in corrispondenza delle gole, dove è avvolto il filo. il diametro è 4 cm (figure 11 e 12), quindi r = 2 cm = 0,02 m.

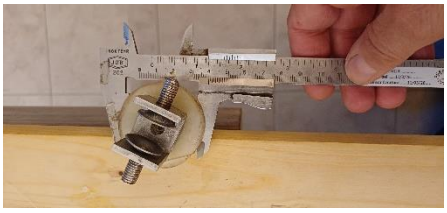


Figura 10



Figura 11

Il momento di inerzia delle due pulegge calcolato in base al tempo di caduta è 8,06*10^-5 kg*m^2.

Il tempo di caduta con una racchetta fissata a una puleggia dipenderà dalla somma del momento di inerzia della racchetta più quello delle carrucole, pertanto anche se è molto più piccolo di quello della racchetta, per correttezza, nella formula precedente il momento di inerzia delle carrucole va sottratto per trovare il momento di inerzia della racchetta.

Perciò se Ip è il momento di inerzia delle due pulegge, il momento di inerzia della racchetta "Ir" sarà

$$Ir = \left(\frac{g * t^2}{2h} - 1\right) * m * r^2 - Ip$$

Questa è la formula che sarà utilizzata per trovare i momenti di inerzia delle racchette.

Dal secondo 33 del video sono messi a confronto il tempo di caduta del peso con le due racchette incollate (con del biadesivo) a una delle due pulegge (figura 12), le racchette ruotano intorno all'asse di inerzia centrale perpendicolare al piatto (esempio in figura 5).

Il tempo di caduta per quella a destra (la racchetta col manico blu e con il piatto più grande) è leggermente maggiore, il peso tocca il pavimento poco dopo.

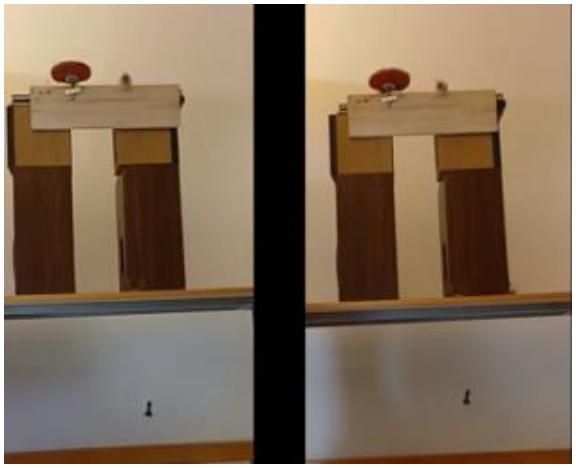


Figura 12

In particolare il tempo di caduta è rispettivamente 7,63 e 7,8 secondi corrispondenti rispettivamente a un momento di inerzia pari a 0,00351 e 0,00367 kg*m^2, qui il momento di inerzia della racchetta a destra è maggiore del 4%.

Al termine della prova (come nelle altre a seguire) inclino il supporto e controllo che la racchetta non tende a orientarsi nello stesso quando si ferma (equilibrio indifferente), così verifico che l'asse di rotazione passa per il centro di massa; in seguito sarà chiarito il motivo per cui è importante verificare questa condizione, che è anche la parte più delicata per l'affidabilità dei risultati.

Le prove seguenti sono eseguite con un'altra disposizione del sistema di carrucole e fissando con il morsetto la racchetta all'altra carrucola rispetto alla prova precedente.

Dal secondo 57 la prova rispetto all'asse di simmetria delle racchette.

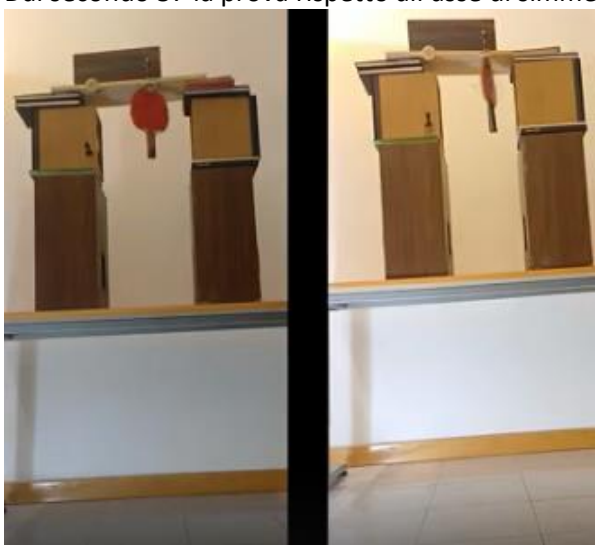


Figura 13

Qui i tempi sono rispettivamente 4,46 e 4,63 secondi, corrispondenti rispettivamente ai momenti di inerzia 0,00114 e 0,00123 kg*m^2: il momento di inerzia della racchetta a destra è dell'8% maggiore.

Dal 1:13 del video è la prova rispetto al terzo asse

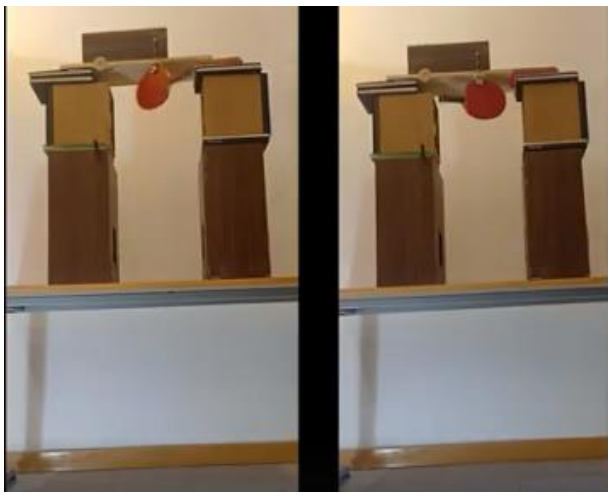


Figura 14

qui i tempi sono 7,1 e 7,2 secondi, corrispondenti rispettivamente ai momenti di inerzia 0,00302 e 0,00311 kg*m^2, qui la differenza è del 2,9%.
Terminata la prova anche qui inclino il supporto, faccio ruotare la racchetta e controllo che non si ferma in una particolare posizione.

Si possono trovare soluzioni migliori anche partendo da questo metodo (forse un peso più leggero), ma questa è già una soluzione e dà le informazioni necessarie per fare le valutazioni che seguono.

Seconda parte
come le caratteristiche elencate nel video influenzano il gioco

Abbiamo trattato il peso, la posizione del centro di massa e il momento di inerzia rispetto agli assi centrali della racchetta, abbiamo detto anche che con una opportuna combinazione dei momenti di inerzia rispetto a questi tre assi è possibile determinare il momento di inerzia rispetto a un qualsiasi asse di rotazione passante per il centro di massa e inclinato rispetto agli assi centrali.

Come potere valutare il momento di inerzia di una racchetta rispetto a un asse di rotazione distante dal centro di massa?
Per il teorema di Huygens Steiner il momento di inerzia rispetto a un generico asse di rotazione "*Iz*" a una distanza "*d* " dal centro di massa è

$$Iz = Icm + M * d^2$$

Dove
Icm è il momento di inerzia rispetto a un asse parallelo a *Iz* e passante per il centro di massa.
M è la massa della racchetta
d è la distanza dell'asse *Iz* dal centro di massa.
Un esempio nella figura 15

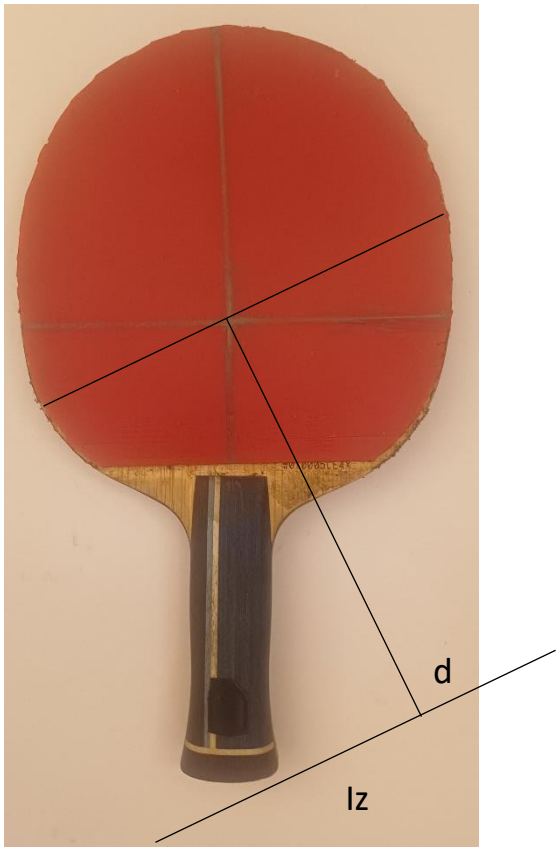


Figura 15

Abbiamo quindi due componenti che peseranno in misura diversa al variare della distanza dell'asse di rotazione dal centro di massa: "Icm" e "M*d^2".
Ecco perché nel video, terminata ogni prova per la misura del momento di inerzia verifico che l'asse di rotazione passa per il centro di massa (inclinando il supporto l'equilibrio è indifferente): se l'asse di rotazione non passa per il centro di massa, il momento di inerzia rispetto a quell'asse sarà maggiore del momento di inerzia rispetto al centro di massa.

Valutiamo il peso delle due componenti (Icm e Md^2) nelle situazioni di gioco:
I movimenti che eseguiamo con una racchetta nella preparazione e nella esecuzione dei colpi sono combinazioni di rotazioni, l'asse di rotazione è in corrispondenza delle articolazioni del polso, del gomito, della spalla o l'asse di rotazione del busto.
Osserviamo nelle figure seguenti che per alcuni movimenti l'asse di rotazione è molto vicino al centro di massa, come nel caso nella rotazione intorno all'asse dell'avambraccio, qui la distanza dell'asse di rotazione dal centro di massa è trascurabile, il momento di inerzia rispetto a questo asse corrisponde a "Icm".

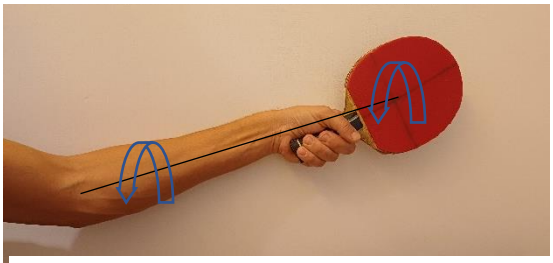
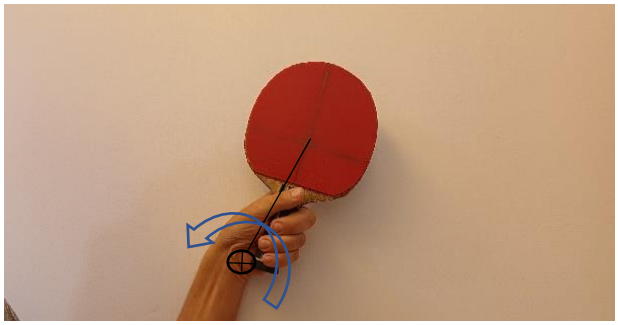


Figura 16 l'asse di rotazione è l'asse dell'avambraccio

Per rotazioni intorno al polso nelle figure 17 e 18 la distanza è circa 14 cm, considerando nel caso specifico un peso della racchetta di 179 grammi la componente M*d^2 è circa 0,0035 kg*m^2, dello stesso ordine di grandezza di "Icm" rispetto agli assi centrali corrispondenti anche qui "Icm" avrà un peso.



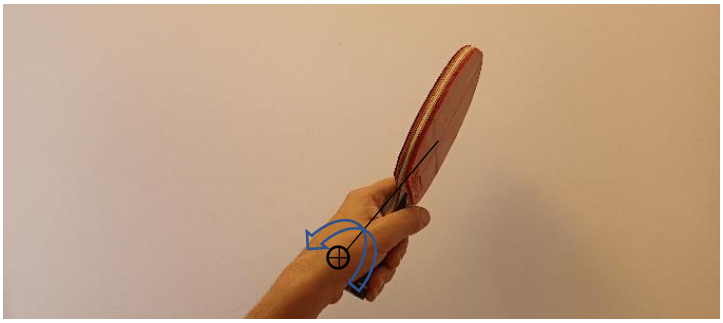
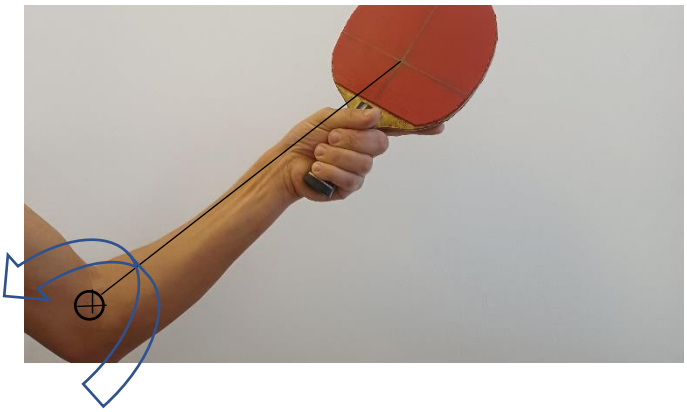


Figure 17 e 18, l'asse di rotazione è in corrispondenza del polso e ortogonale o parallelo al piatto

Quindi nei movimenti elencati se Icm è grande (perché il piatto della racchetta è più grande o anche per la forma del manico o per il peso) potremmo trovarci in ritardo, in difficoltà e magari saremmo indotti a cercare delle soluzioni alternative, per esempio appoggiare la palla piuttosto che eseguire un colpo di attacco.

Figura 189 flessione intorno al gomito



Per rotazione in flessione del gomito per esempio in figura 18 la distanza è maggiore di 40 cm e perciò la componente M*d^2 sarà molto più importante, e ancora di più per la rotazione intorno all'articolazione della spalla o del busto, dove la distanza è anche maggiore.

Da quanto detto finora possiamo dedurre che **quei movimenti o colpi in cui l'asse di rotazione è vicino al centro di massa, ad esempio il rovescio, il flip, la risposta al servizio o alcuni servizi, il cambio lato (dal dritto al rovescio o viceversa) e in generale il gioco sul tavolo o vicino al tavolo, situazioni in cui la palla è vicina al corpo… risentiranno di più della componente "Icm", altri come in particolare il dritto e in generale il gioco dalla media distanza (un passo indietro rispetto al tavolo) che prevede movimenti più ampi e quindi l'asse di rotazione è più lontano, risentiranno soprattutto della componente** " $M * d^2$ ".

Una racchetta con un piatto più grande presenta anche dei vantaggi, per esempio un sweet spot (il centro colpo) più largo, quindi permette colpi più sicuri, e inoltre un maggiore controllo perché la mano sente di più la racchetta.

In generale possiamo dire che un giocatore di costituzione robusta, che cerca il dritto e il gioco dalla media distanza potrebbe trovarsi meglio con una racchetta con un piatto più grande, mentre un giocatore di costituzione più minuta, che cerca il rovescio e il gioco sul tavolo dovrebbe trovarsi meglio con una racchetta più leggera e con un piatto più piccolo (ad esempio larghezza 150 e altezza 157 mm)**.**

Queste considerazioni potrebbero essere utili per la scelta dei materiali e per la strategia di gioco in base ai materiali che usiamo e a quelli che usa il nostro avversario.

Terza parte

il procedimento che porta alla formula per trovare i momenti di inerzia delle racchette dal tempo di caduta del peso

questa parte spiega il procedimento per trovare le formule illustrate (evidenziate in giallo) nella prima parte di questo scritto.

Il procedimento e i passaggi si basano su dei principi di fisica e dei passaggi di matematica che presuppongono una conoscenza di queste materie.

È un esempio che si trova frequentemente nei testi di fisica: un peso fatto cadere collegato con un filo a una puleggia con momento di inerzia (o una massa) non trascurabili, in questo caso le pulegge per motivi pratici sono due.

Nel sistema di riferimento nella figura 20

“trascurando le forze dissipative (attrito dell’aria e dei cuscinetti delle carrucole)”

Per il teorema delle forze vive (o teorema di conservazione dell’energia meccanica), l’energia potenziale del peso fatto cadere da un’altezza h e vincolato al sistema di carrucole si trasforma nell’energia cinetica del peso e delle due pulegge secondo l’equazione 1

$$1)\ mgh = \frac{1}{2} * m * v^2 + \frac{1}{2}\, I1 * (\omega 1)^2 + \frac{1}{2}\, I2 * (\omega 2)^2$$

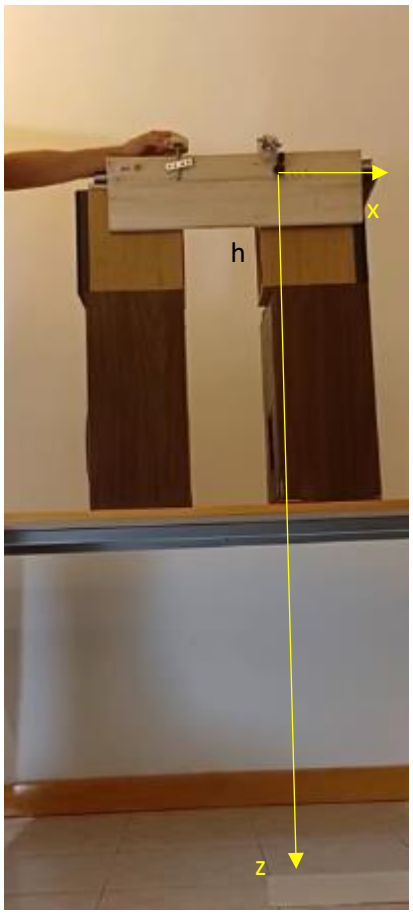


Figura 20 un peso fatto cadere vincolato al sistema di carrucole

dove

m è la massa del peso

g è la accelerazione di gravità

v è la velocità quando ha percorso la distanza h

I1 e I2 sono i momenti di inerzia delle due pulegge

ω1 e ω2 sono le frequenze angolari delle due pulegge

Poiché le due pulegge hanno raggio uguale (0,02 m) la frequenza angolare delle due pulegge è uguale, inoltre poiché la velocità in corrispondenza della gola della puleggia (ω *r) è uguale alla velocità del filo avvolto sulla gola della puleggia, che è a sua volta uguale alla velocità “*v*“ del peso che cade, abbiamo che

$$2)\ \omega 1 = \omega 2 = \frac{v}{r}$$

Possiamo riscrivere l'equazione 1 in questo modo

$$3)\ mgh\ = \frac{1}{2} * mv^2 + \frac{1}{2}\ (I1 +\ I2) * \left(\frac{v}{r}\right)^2$$

Se chiamiamo *Ip* la somma dei momenti di inerzia delle due pulegge abbiamo

$$4)\ m * g * h\ = \frac{1}{2} * m * v^2 + \frac{1}{2}\ Ip * \left(\frac{V}{r}\right)^2$$

Mettendo in evidenza ½ $* v$^2

$$5)\ m * g * h\ = \frac{1}{2} * v^2 * \left(m + \frac{Ip}{r^2}\right)$$

Derivando rispetto al tempo a sinistra e a destra dell'uguaglianza abbiamo

$$6)\ m * g * v\ = v * a * \left(m + \frac{Ip}{r^2}\right)$$

Dove "a" è l'accelerazione del peso.

Infatti *dh/dt = v*

e $\frac{d\,v^2}{dt}$ *= a*v + v*a = 2 v*a e quindi* ½ $*$ 2 $v * a$ *= v*a*

Dividendo per v a sinistra e a destra dell'uguaglianza abbiamo

$$7)\ m * g = a * \left(m + \frac{Ip}{r^2}\right)$$

esplicitando l'accelerazione del peso abbiamo

$$8)\ a = \frac{m*g}{m+\frac{Ip}{r^2}}$$

* Si poteva arrivare alla stessa formula anche con le equazioni cardinali (nei testi di solito è illustrato anche questo procedimento), ma qui le pulegge sono due, ci sono delle considerazioni da fare in più per quanto riguarda la tensione del filo nel tratto verticale a cui è collegato il peso e nel tratto orizzontale tra le due pulegge (la tensione nei due tratti è diversa) e l'impostazione sarebbe più complicata.

Osserviamo che tutti i membri a destra dell'uguaglianza sono costanti, quindi integrando due volte rispetto al tempo (integrando due volte l'accelerazione rispetto al tempo troviamo una distanza) e tenendo conto delle condizioni iniziali (il peso è inizialmente fermo e nel sistema di riferimento la coordinata verticale iniziale è 0), che cade in direzione dell'asse Z perpendicolare al pavimento abbiamo

$$9)\ z = \frac{m*g}{m+\frac{Ip}{r^2}} * \frac{1}{2} t^2$$

Dove Z è la generica distanza percorsa lungo l'asse z (perpendicolare al pavimento) della figura 20 e t il tempo che il peso impiega per percorrerla

Poiché il peso è fatto cadere dall'altezza "h" (1,5 metri) , quando tocca il pavimento Z = h e t è il tempo di caduta

$$10) \qquad h = \frac{m*g}{m+\frac{Ip}{r^2}} * \frac{1}{2} t^2$$

moltiplicando a destra dell'uguale il numeratore e il denominatore per "r^2 " abbiamo

$$11) \qquad h = \frac{m*g*r^2}{m*r^2 + Ip} * \frac{1}{2} t^2$$

esplicitando il momento di inerzia "Ip"

$$12) \qquad Ip = \frac{m*g*r^2}{h} * \frac{1}{2} t^2 - m * r^2$$

Mettendo in evidenza $m * r^2$ a destra dell'uguaglianza abbiamo

$$13) \qquad Ip = \left(\frac{g*t^2}{2h} - 1\right) * m * r^2$$

Che è la formula scritta nella prima parte "descrizione del video".

Ip è il momento di inerzia del sistema di pulegge, per trovare il momento di inerzia delle racchette dobbiamo sottrarre quello delle pulegge, la formula è

$$14) \qquad Ir = \left(\frac{g*t^2}{2h} - 1\right) * m * r^2 - Ip$$

che è la formula che è stata utilizzata per calcolare dal tempo di caduta del peso i momenti di inerzia delle racchette.

Come già detto questa parte è per chi ha dimestichezza con questi metodi, è stata inserita per completezza.

Conclusioni

L'obiettivo di questo studio era cercare di trovare una spiegazione a una caratteristica delle racchette tutto sommato ovvia, forse di presentarla da un altro punto di vista: è chiaro che una racchetta con un piatto più largo sarà meno maneggevole, forse è meno chiaro rendersi conto in che modo, in quali situazioni di gioco e perché.
Per il modo in cui è trattato l'argomento è stato necessario introdurre un approccio e argomenti non banali, dal punto di vista pratico la parte più significativa è quella scritta in grassetto.
Spero che qualcuno lo trovi interessante e magari utile.

autore

Simone Squicciarini